**תורת החישוביות – הרצאה 1**

**דוגמאות לבעיות "לא פתירות"**

1. בעיית העצירה (halting problem): בהינתן תכנית מחשב וקלט עבורה מחרוזת , האם עוצרת על ?
2. הבעיה העשירית של הילברט: נתון פולינום עם מקדמים שלמים. האם קיים פתרון מעל השלמים כך ש-?

**"הוכחה" שבעיית העצירה לא ניתנת לפתרון**

* נניח בשלילה שקיים אלגוריתם halt הפותר את הבעיה. כלומר, לכל קלט האלג' halt עוצר. כלומר:

אם עוצרת אז

ואחרת, אם לא עוצרת אז

* נגדיר תכנית עבור מחרוזת:

אם אז לולאה אינסופית.

אחרת, אם אז עצור.

* הינה תוכנית חוקית. האם עוצרת או לא?

אם עוצרת אז:

לפי בניית נובע כי

ולפי נכונות halt לא עוצרת.

הערה: לא מספיק לעצור כאן ולהגיד שהתקבלה סתירה. יתכן שהתנאי "אם עוצרת אז..." לא מתקיים.

אחרת, אם לא עוצרת אז:

לפי בניית נובע כי

ולפי נכונות halt עוצרת.

מסקנה: קיבלנו סתירה ולכן הנחת השלילה לא נכונה.

**דוגמה לבעיות "שלא ניתנות לפתרון יעיל"**

1. בעיית המסלול ההמילטוני: נתון גרף . האם קיים מסלול ב- שעובר בכל צומת פעם אחת בדיוק?
2. בעיית max cut
3. בהינתן נוסחה לוגית – האם היא ספיקה?

כל הבעיות הנ"ל שייכות לקבוצת בעיות שנקראת NP:

* לכולן יש אלג' בסיבוכיות אקספוננציאלית
* את כולן, בהינתן פתרון, קל לוודא ביעילות
* לאף אחת מהן לא ידוע אלג' יעיל
* הכי מעניין: אם ניתן לפתור אחת מהן ביעילות, אז ניתן לפתור את כולן ביעילות

**מודל החישוב – מכונת טיורינג (מ"ט)**

עבור קלט מחרוזת כלשהי.

**הגדרה:**

מ"ט היא שביעייה כאשר:

1. קבוצה סופית שאיבריה נקראים מצבים
2. נקרא מצב התחלתי
3. קבוצה שאיבריה נקראים מצבים סופיים
4. קבוצה סופית שנקראת א"ב עבודה (ערכים אפשריים בזיכרון)
5. נקרא א"ב הקלט
6. נקרא רווח או blank (עוזר לנו לזהות את הקלט)
7. נקראת פונק' המעברים המוגדרת בצורה הבאה:

כאשר הוא כיוון הזזת הראש הקורא/כותב.

**הגדרה:**

קונפיגורציה של מ"ט היא שלשה כאשר:

1. נקרא המצב הנוכחי
2. נקרא מיקום הראש
3. נקרא תוכן הסרט (וכל שאר הסרט הוא )

בנוסף, הקונפיגורציה ההתחלתית של מ"ט מעל קלט הוא הקונפ' .

כל קונפ' שבה תקרא קונפיגורציה סופית*.*

**הגדרה:**

צעד חישוב של מ"ט (קונפיגורציה עוקבת):

הקונפ' הנוכחית . אם ואם , אז בצעד הבא:

המצב יוחלף ל-, יוחלף ב-, והראש יוזז צעד אחד בכיוון .

מקרי קצה (literally):

נשארים במקום.

נשרשר ל- את התו .

**הגדרה:**

החישוב של מ"ט על קלט הוא סדרה (סופית או אינסופית) של קונפיגורציות המקיימות:

1. היא הקונפ' ההתחלתית של על .
2. לכל מתקבלת מ- ע"י צעד חישוב חוקי.
3. אם הסדרה סופית אז הקונפ' האחרונה בסדרה היא קונפ' חוקית.

**הגדרה:**

הפונק' שמחשבת מ"ט היא והיא מוגדרת באופן הבא (בצורה חלקית או מלאה):

אם החישוב של על הוא סופי, והקונפ' הסופית היא אז

.

**הגדרה:**

פונק' (חלקית או מלאה) נקראת ניתנת לחישוב אם קיימת מ"ט כך ש-.